

2019-2020 学年江苏省无锡市江阴市南菁高中实验学校九年级

(上) 期中数学试卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 2 分, 满分 20 分)

1. (2 分) $\cos 60^\circ$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

2. (2 分) 式子 $\sqrt{2-x}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x < 2$ B. $x > 2$ C. $x \leq 2$ D. $x \geq 2$

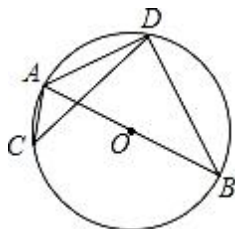
3. (2 分) 下列方程为一元二次方程的是 ()

- A. $x^2 - 3 = x(x+4)$ B. $x^2 - \frac{1}{x} = 3$ C. $x^2 - 10x = 5$ D. $4x + 6xy = 33$

4. (2 分) 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 且 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle DEF} = 3:4$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的周长比为 ()

- A. 3:4 B. 4:3 C. $\sqrt{3}:2$ D. $2:\sqrt{3}$

5. (2 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上位于 AB 异侧的两点. 下列四个角中, 一定与 $\angle ACD$ 互余的角是 ()



- A. $\angle ADC$ B. $\angle ABD$ C. $\angle BAC$ D. $\angle BAD$

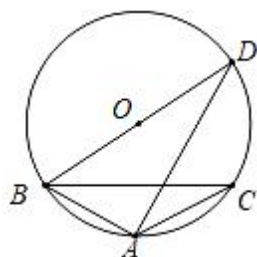
6. (2 分) 有下列说法: ①直径是圆中最长的弦; ②等弧所对的弦相等; ③圆中 90° 的角所对的弦是直径; ④相等的圆心角对的弧相等. 其中正确的有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

7. (2 分) 已知一点和圆的最短距离为 5, 最长距离为 9, 则该圆的半径是 ()

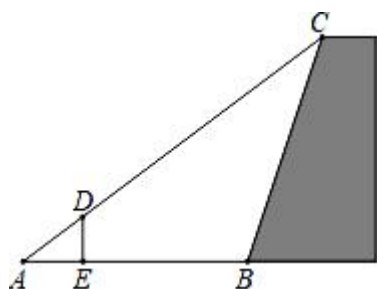
- A. 2 B. 4 C. 7 D. 2 或 7

8. (2 分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle BAC = 120^\circ$, $AB = AC$, BD 为 $\odot O$ 的直径, $AB = \sqrt{3}$, 则 AD 的值为 ()



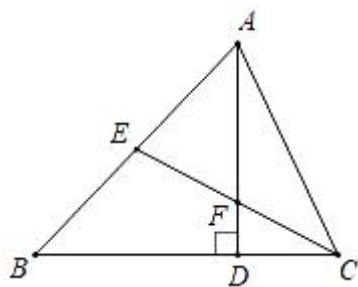
- A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. 3 D. $3\sqrt{3}$

9. (2分) 如图, 为了测量山坡护坡石坝的坡度(坡面的铅直高度与水平宽度的比称为坡度), 把一根长 $5m$ 的竹竿 AC 斜靠在石坝旁, 量出杆长 $1m$ 处的 D 点离地面的高度 $DE = 0.6m$, 又量得杆底与坝脚的距离 $AB = 3m$, 则石坝的坡度为()



- A. $\frac{3}{4}$ B. 3 C. $\frac{3}{5}$ D. 4

10. (2分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 高 AD 与中线 CE 相交于点 F , $AD = CE = 6$, $FD = 1$, 则 AB 的值为()



- A. $2\sqrt{21}$ B. $6\sqrt{2}$ C. 10 D. $4\sqrt{5}$

二、填空题(共8小题, 每小题2分, 满分16分)

11. (2分) 方程 $x(x+3)=0$ 的解是_____.

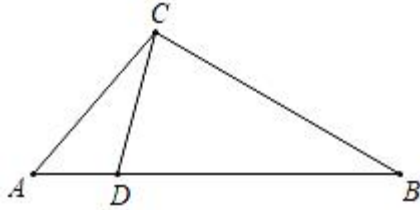
12. (2分) 如果 $\frac{x+y}{y} = \frac{5}{4}$, 那么 $\frac{x}{y} =$ _____.

13. (2分) 在比例尺为 $1:8000$ 的城区地图上, 人民路的长度约为 $40cm$, 它的实际长度约为 km .

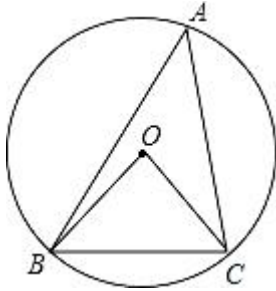
14. (2分) 在某一时刻, 测得一根高为 $1.8m$ 的竹竿的影长为 $3m$, 同时测得一根旗杆的影长

为 $25m$ ，那么这根旗杆的高度为 $\underline{\hspace{1cm}}m$ 。

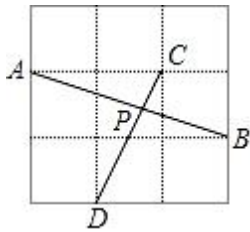
15. (2分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 AB 上的一点， $\angle ADC = \angle ACB$ ， $AD = 2$ ， $BD = 6$ ，则边 AC 的长为 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。



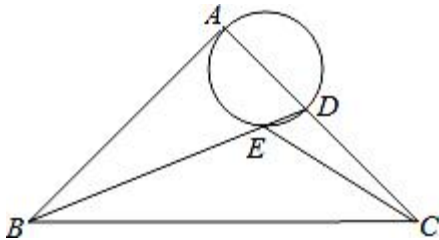
16. (2分) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle BOC = 100^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。



17. (2分) 如图，由边长为 1 的小正方形组成的虚线网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 为格点（即小正方形的顶点）， AB 、 CD 相交于点 P ，则 PC 的长为 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。



18. (2分) 如图，在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， $BC = 2\sqrt{2}$ ，点 D 是 AC 边上一动点，连接 BD ，以 AD 为直径的圆交 BD 于点 E ，则线段 CE 长度的最小值为 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。



三、解答题（共 10 小题，满分 84 分）

19. (8分) 计算：

(1) $|1 - \sqrt{2}| - 2\cos 45^\circ + (-\frac{1}{3})^{-2}$

(2) $a(2 - a) + (a + 1)(a - 1)$ 。

20. (8分) 用适当方法解下列方程:

(1) $(x+4)^2 = 5(x+4)$

(2) $x^2 - 4x + 1 = 0$

21. (8分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + 2(m+1) = 0$.

(1) m 为何值时, 方程有两个不相等的实数根;

(2) 若该方程有两根为 x_1, x_2 , 且 $x_1^2 + x_2^2 = 3$, 求 m 的值.

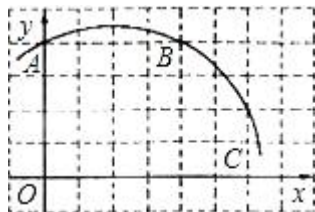
22. (6分) 如图, 在正方形网格图中建立一直角坐标系, 一条圆弧经过网格点 A, B, C ,

请在网格中进行下列操作:

(1) 在图中确定该圆弧所在圆的圆心 D 点的位置, 并写出点 D 点坐标为_____.

(2) 连接 AD, CD , 求 $\odot D$ 的半径及弧 \widehat{AC} 的长.

(3) 有一点 $E(6,0)$, 判断点 E 与 $\odot D$ 的位置关系.



23. (8分) 图 1 是某小型汽车的侧面示意图, 其中矩形 $ABCD$ 表示该车的后备箱, 在打开后备箱的过程中, 箱盖 ADE 可以绕点 A 逆时针方向旋转, 当旋转角为 60° 时, 箱盖 ADE 落在 $AD'E'$ 的位置 (如图 2 所示). 已知 $AD = 90$ 厘米, $DE = 30$ 厘米, $EC = 40$ 厘米.

(1) 求点 D' 到 BC 的距离;

(2) 求 E, E' 两点的距离.

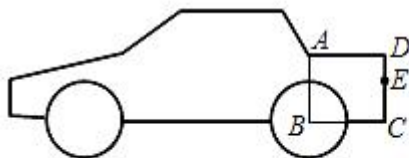


图 1

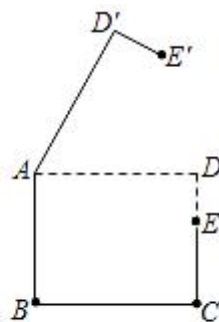
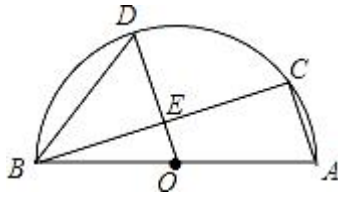


图 2

24. (8分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 是圆上两点, 且 $OD \parallel AC$, OD 与 BC 交于点 E .

- (1) 求证: E 为 BC 的中点;
 (2) 若 $BC=8$, $DE=3$, 求 AB 的长度.

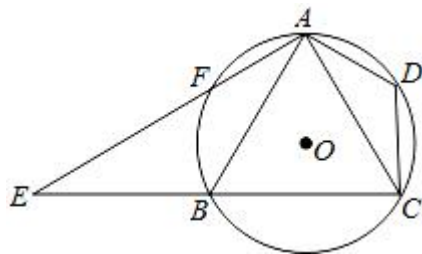


25. (8分) 山西特产专卖店销售核桃, 其进价为每千克 40 元, 按每千克 60 元出售, 平均每天可售出 100 千克, 后来经过市场调查发现, 单价每降低 2 元, 则平均每天的销售可增加 20 千克, 若该专卖店销售这种核桃要想平均每天获利 2240 元, 请回答:

- (1) 每千克核桃应降价多少元?
 (2) 在平均每天获利不变的情况下, 为尽可能让利于顾客, 赢得市场, 该店应按原售价的几折出售?

26. (10分) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, A 是 \widehat{BDC} 的中点, $AE \perp AC$ 于 A , 与 $\odot O$ 及 CB 的延长线交于点 F 、 E , 且 $\widehat{BF} = \widehat{AD}$.

- (1) 求证: $\triangle ADC \sim \triangle EBA$;
 (2) 如果 $AB=8$, $CD=5$, 求 $\tan \angle CAD$ 的值.



27. (10分) 如图 1, $DC \parallel AB$, $\angle D = 90^\circ$, $AC \perp BC$, $AB=10\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$. 点 P 以 1cm/s 的速度从点 A 出发, 沿 AB 方向向点 B 运动, 同时点 Q 以 2cm/s 的速度从点 B 出发, 沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 方向向点 A 运动, 当一个运动点到达终点时, 另一个运动点也随之停止运动, 设运动的时间为 $t(s)$.

- (1) 求 AD 的长;
 (2) 求 t 为何值时, PQ 平行于 $\triangle ABC$ 的一边;
 (3) 当点 Q 在边 BC 上运动, 求 t 为何值时, $\triangle PBQ$ 的面积为 $\frac{64}{5}\text{cm}^2$.

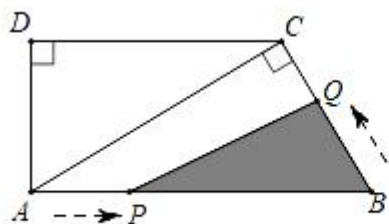


图1

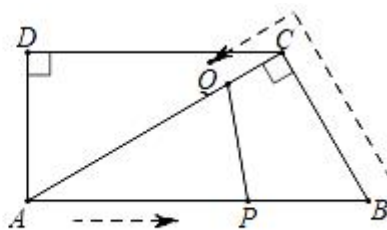
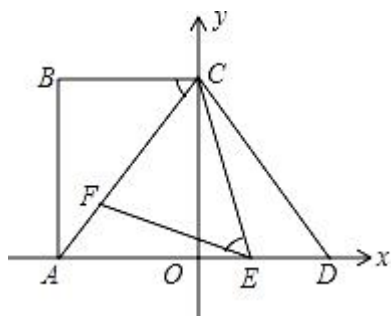


图2

28. (10 分) 如图, 平面直角坐标系中, 点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴上, 四边形 $ABCO$ 为矩形, $AB=16$, 点 D 与点 A 关于 y 轴对称, $BC:AB=3:4$, 点 E 、 F 分别是线段 AD 、 AC 上的动点 (点 E 不与点 A 、 D 重合), 且 $\angle CEF = \angle ACB$.

- (1) 求 AC 的长和点 D 的坐标;
- (2) 证明: $\triangle AEF \sim \triangle DCE$;
- (3) 当 $\triangle EFC$ 为等腰三角形时, 求出点 E 的坐标.



2019-2020 学年江苏省无锡市江阴市南菁高中实验学校九年级

(上) 期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 2 分, 满分 20 分)

1. (2 分) $\cos 60^\circ$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

【解答】解: $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

故选: A.

2. (2 分) 式子 $\sqrt{2-x}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x < 2$ B. $x > 2$ C. $x \leq 2$ D. $x \geq 2$

【解答】解: \because 式子 $\sqrt{2-x}$ 在实数范围内有意义,

$$\therefore 2-x \geq 0,$$

$$\therefore x \leq 2.$$

故选: C.

3. (2 分) 下列方程为一元二次方程的是 ()

- A. $x^2 - 3 = x(x+4)$ B. $x^2 - \frac{1}{x} = 3$ C. $x^2 - 10x = 5$ D. $4x + 6xy = 33$

【解答】解: $x^2 - 3 = x(x+4)$ 整理得: $4x + 3 = 0$, 不是一元二次方程;

$x^2 - \frac{1}{x} = 3$ 是分式方程,

$x^2 - 10x = 5$ 是一元二次方程,

$4x + 6xy = 33$ 含有两个未知数, 不是一元二次方程.

故选: C.

4. (2 分) 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 且 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle DEF} = 3:4$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的周长比为 ()

- A. 3:4 B. 4:3 C. $\sqrt{3}:2$ D. $2:\sqrt{3}$

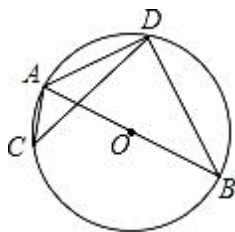
【解答】解: $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle DEF} = 3:4$,

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的相似比为: $\sqrt{3}:2$,

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的周长比为: $\sqrt{3}:2$.

故选: C .

5. (2分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上位于 AB 异侧的两点. 下列四个角中, 一定与 $\angle ACD$ 互余的角是()



A. $\angle ADC$

B. $\angle ABD$

C. $\angle BAC$

D. $\angle BAD$

【解答】解: 连接 BC , 如图所示:

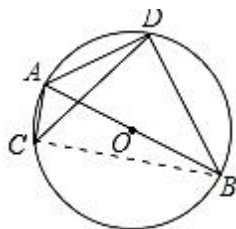
$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$,

$\because \angle BCD = \angle BAD$,

$\therefore \angle ACD + \angle BAD = 90^\circ$,

故选: D .



6. (2分) 有下列说法: ①直径是圆中最长的弦; ②等弧所对的弦相等; ③圆中 90° 的角所对的弦是直径; ④相等的圆心角对的弧相等. 其中正确的有()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【解答】解: ①正确;

②在同圆或等圆中, 能够重合的弧叫做等弧, 等弧所对的弦相等; 故②正确;

③圆中, 90° 圆周角所对的弦是直径; 故③错误;

④在同圆或等圆中, 相等的圆心角所对的弧相等; 故④错误;

因此正确的结论是①②;

故选: B .

7. (2分) 已知一点和圆的最短距离为 5, 最长距离为 9, 则该圆的半径是()

A. 2

B. 4

C. 7

D. 2 或 7

【解答】解：如图，分点在圆内与圆外两种情况．

①当点 P 在 $\odot O$ 内时，

此时 $PA=5$ ， $PB=9$ ， $AB=14$ ，

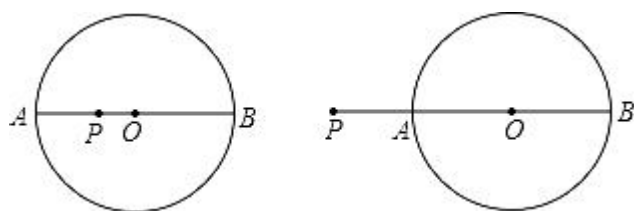
因此半径为 7；

②当点 P 在 $\odot O$ 外时，如图此时 $PA=5$ ， $PB=9$ ，

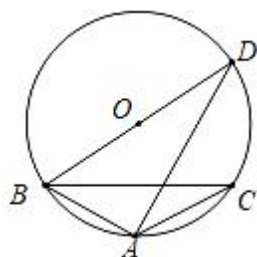
直线 PB 过圆心 O ，直径 $AB=9-5=4$ ，

因此半径为 2．

故选：D．



8. (2 分) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ， $AB=AC$ ， BD 为 $\odot O$ 的直径， $AB=\sqrt{3}$ ，则 AD 的值为()

A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$

C. 3

D. $3\sqrt{3}$

【解答】解： $\because \angle BAC=120^\circ$ ， $AB=AC$ ，

$\therefore \angle ACB=30^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB=\angle ADB=30^\circ$ ，

$\because BD$ 是 $\odot O$ 的直径，

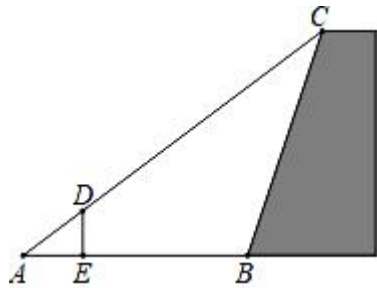
$\therefore \angle BAD=90^\circ$ ，

$\because AB=\sqrt{3}$ ，

$$\therefore AD = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 3,$$

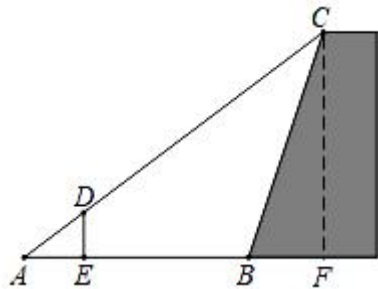
故选：C．

9. (2分) 如图, 为了测量山坡护坡石坝的坡度(坡面的铅直高度与水平宽度的比称为坡度), 把一根长 $5m$ 的竹竿 AC 斜靠在石坝旁, 量出杆长 $1m$ 处的 D 点离地面的高度 $DE = 0.6m$, 又量得杆底与坝脚的距离 $AB = 3m$, 则石坝的坡度为()



- A. $\frac{3}{4}$ B. 3 C. $\frac{3}{5}$ D. 4

【解答】解: 如图, 过 C 作 $CF \perp AB$ 于 F , 则 $DE \parallel CF$,



$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{CF}, \text{ 即 } \frac{1}{5} = \frac{0.6}{CF},$$

解得 $CF = 3$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle ACF \text{ 中, } AF = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

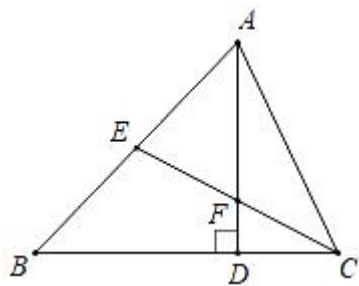
又 $\because AB = 3$,

$$\therefore BF = 4 - 3 = 1,$$

$$\therefore \text{石坝的坡度为 } \frac{CF}{BF} = \frac{3}{1} = 3,$$

故选: B.

10. (2分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 高 AD 与中线 CE 相交于点 F , $AD = CE = 6$, $FD = 1$, 则 AB 的值为()



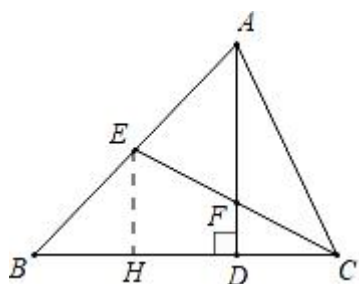
A. $2\sqrt{21}$

B. $6\sqrt{2}$

C. 10

D. $4\sqrt{5}$

【解答】解：如图作 $EH \perp BC$ 于 H .



$$\because EH \perp BC, AD \perp BC,$$

$$\therefore EH \parallel AD,$$

$$\because AE = EB,$$

$$\therefore BH = DH,$$

$$\therefore EH = \frac{1}{2}AD = 3,$$

$$\because EC = AD,$$

$$\therefore EH = \frac{1}{2}EC,$$

$$\therefore \angle ECH = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = \frac{DF}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3},$$

$$\because DF \parallel EH,$$

$$\therefore \frac{DF}{EH} = \frac{CD}{CH},$$

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{CH},$$

$$\therefore CH = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore DH = BH = 2\sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BEH \text{ 中, } BE = \sqrt{BH^2 + EH^2} = \sqrt{3^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{21},$$

$$\therefore AB = 2BE = 2\sqrt{21},$$

故选：A.

二、填空题（共8小题，每小题2分，满分16分）

11.（2分）方程 $x(x+3)=0$ 的解是 0 或 -3.

【解答】解： $x(x+3)=0$,

$$\therefore x=0, \quad x+3=0,$$

\therefore 方程的解是 $x_1=0$, $x_2=-3$.

故答案为：0 或 -3.

12.（2分）如果 $\frac{x+y}{y}=\frac{5}{4}$, 那么 $\frac{x}{y}=\underline{\frac{1}{4}}$.

【解答】解：根据 $\frac{x+y}{y}=\frac{x}{y}+1=\frac{5}{4}$,

$$\therefore \frac{x}{y}=\frac{5}{4}-1=\frac{1}{4}.$$

故答案为 $\frac{1}{4}$

13.（2分）在比例尺为1:8000的城区地图上，人民路的长度约为40cm，它的实际长度约为 3.2 km.

【解答】解：设它的实际长度为 x 厘米，则：

$$1:8000=40:x,$$

解得 $x=320000$.

$$320000 \text{ 厘米}=3.2\text{km}.$$

故答案为：3.2.

14.（2分）在某一时刻，测得一根高为1.8m的竹竿的影长为3m，同时测得一根旗杆的影长为25m，那么这根旗杆的高度为 15 m.

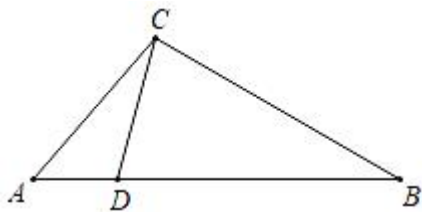
【解答】解：设旗杆高度为 x 米，

$$\text{由题意得，} \frac{1.8}{3}=\frac{x}{25},$$

解得 $x=15$.

故答案为：15.

15.（2分）如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 AB 上的一点， $\angle ADC=\angle ACB$ ， $AD=2$ ， $BD=6$ ，则边 AC 的长为 4.



【解答】解：∵ $AD = 2$ ， $BD = 6$ ，

$$\therefore AB = AD + DB = 8，$$

$$\because \angle A = \angle A，\angle ADC = \angle ACB，$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB，$$

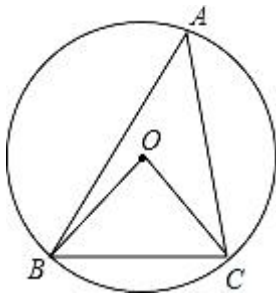
$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}，$$

$$\therefore AC^2 = AB \times AD = 16$$

$$\therefore AC = 4，$$

故答案为：4.

16. (2分) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle BOC = 100^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为 50° 。



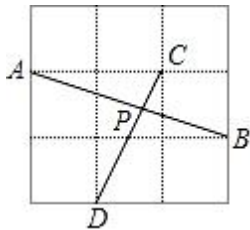
【解答】解：∵ $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle BOC = 100^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ.$$

故答案为： 50° 。

17. (2分) 如图，由边长为1的小正方形组成的虚线网格中，点A、B、C、D为格点（即

小正方形的顶点），AB、CD相交于点P，则PC的长为 $\frac{2\sqrt{5}}{7}$ 。



【解答】解：由勾股定理得， $CD = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ，

由图形可知，点E是CD的中点，

$$\therefore EC = \frac{1}{2}CD = \frac{\sqrt{5}}{2}, \quad BE = \frac{3}{2},$$

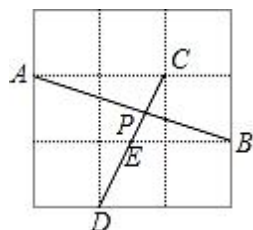
$$\therefore AC \parallel BE,$$

$$\therefore \triangle APC \sim \triangle BPE,$$

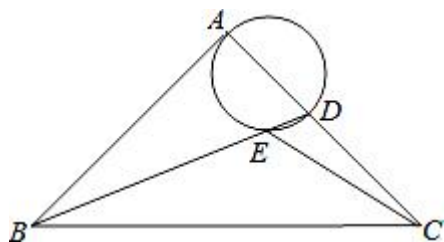
$$\therefore \frac{PC}{PE} = \frac{AC}{BE} = \frac{4}{3}, \quad \text{即} \quad \frac{PC}{\frac{\sqrt{5}}{2} - PC} = \frac{4}{3},$$

$$\text{解得, } PC = \frac{2\sqrt{5}}{7},$$

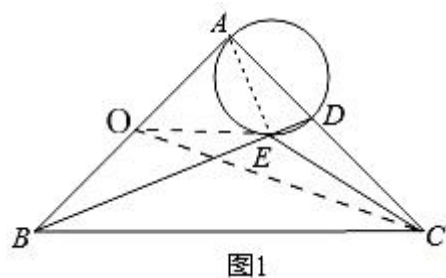
$$\text{故答案为: } \frac{2\sqrt{5}}{7}.$$



18. (2分) 如图, 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, $BC = 2\sqrt{2}$, 点 D 是 AC 边上一动点, 连接 BD , 以 AD 为直径的圆交 BD 于点 E , 则线段 CE 长度的最小值为 $\sqrt{5} - 1$.



【解答】解: 连结 AE , 如图 1,



$$\therefore \angle BAC = 90^\circ, \quad AB = AC, \quad BC = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore AB = AC = 2,$$

$$\therefore AD \text{ 为直径,}$$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

\therefore 点 E 在以 AB 为直径的 $\odot O$ 上,

$\because \odot O$ 的半径为 1,

连接 OE , OC ,

$$\therefore OE = \frac{1}{2} AB = 1$$

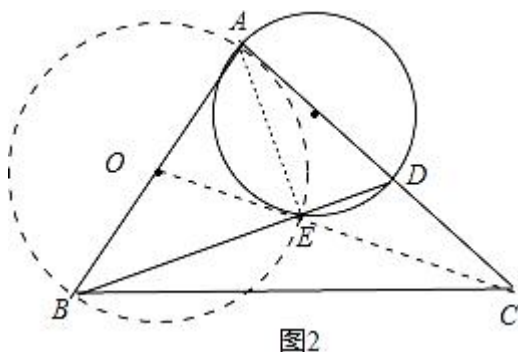
在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中,

$$\because OA = 2, AC = 4,$$

$$\therefore OC = \sqrt{OA^2 + AC^2} = \sqrt{5},$$

由于 $OC = \sqrt{5}$, $OE = 1$ 是定值,

点 E 在线段 OC 上时, CE 最小, 如图 2,



$$\therefore CE = OC - OE = \sqrt{5} - 1,$$

即线段 CE 长度的最小值为 $\sqrt{5} - 1$.

故答案为 $\sqrt{5} - 1$.

三、解答题（共 10 小题，满分 84 分）

19. (8 分) 计算:

$$(1) |1 - \sqrt{2}| - 2\cos 45^\circ + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

$$(2) a(2-a) + (a+1)(a-1).$$

【解答】 解: (1) 原式 $= \sqrt{2} - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 9 = 8$;

$$(2) \text{原式} = 2a - a^2 + a^2 - 1$$

$$= 2a - 1.$$

20. (8 分) 用适当方法解下列方程:

$$(1) (x+4)^2 = 5(x+4)$$

$$(2) x^2 - 4x + 1 = 0$$

【解答】解：(1) $(x+4)^2 = 5(x+4)$

移项得：(1) $(x+4)^2 - 5(x+4) = 0$

分解因式得： $(x+4)[(x+4)-5] = 0$ ，

可得 $x+4=0$ 或 $x-1=0$ ，

解得： $x_1 = -4$ ， $x_2 = 1$ ；

$$(2) x^2 - 4x + 1 = 0$$

移项得： $x^2 - 4x = -1$ ，

配方得： $x^2 - 4x + 4 = 3$ ，即 $(x-2)^2 = 3$ ，

开方得： $x-2 = \pm\sqrt{3}$ ，

则 $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ ， $x_2 = 2 - \sqrt{3}$ 。

21. (8分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + 2(m+1) = 0$ 。

(1) m 为何值时，方程有两个不相等的实数根；

(2) 若该方程有两根为 x_1 ， x_2 ，且 $x_1^2 + x_2 = 3$ ，求 m 的值。

【解答】解：(1) \because 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + 2(m+1) = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 2(m+1) > 0,$$

$$\therefore m < -\frac{7}{8}.$$

(2) $\because x_1, x_2$ 为一元二次方程 $x^2 - x + 2(m+1) = 0$ 的两根，

$$\therefore x_1 + x_2 = 1, \quad x_1^2 - x_1 + 2(m+1) = 0.$$

$$\because x_1^2 + x_2 = x_1^2 - x_1 + (x_1 + x_2) = 3, \quad \text{即 } -2(m+1) + 1 = 3,$$

$$\therefore m = -2.$$

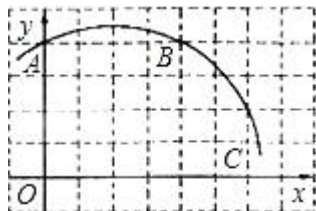
22. (6分) 如图，在正方形网格图中建立一直角坐标系，一条圆弧经过网格点 A 、 B 、 C ，

请在网格中进行下列操作：

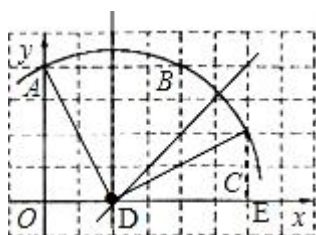
(1) 在图中确定该圆弧所在圆的圆心 D 点的位置，并写出点 D 点坐标为 (2,0) .

(2) 连接 AD 、 CD ，求 $\odot D$ 的半径及弧 \widehat{AC} 的长.

(3) 有一点 $E(6,0)$ ，判断点 E 与 $\odot D$ 的位置关系.



【解答】解：(1) 如图， D 点坐标为 $(2,0)$ ，



故答案为： $(2,0)$ ；

$$(2) AD = \sqrt{AO^2 + OD^2} = 2\sqrt{5};$$

作 $CE \perp x$ 轴，垂足为 E .

$$\because \triangle AOD \cong \triangle DEC,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle CDE,$$

$$\text{又} \because \angle OAD + \angle ADO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE + \angle ADO = 90^\circ,$$

\therefore 扇形 DAC 的圆心角为 90° 度，

$$\therefore \widehat{AC} \text{ 的长为 } \frac{90 \cdot \pi \cdot 2\sqrt{5}}{180} = \sqrt{5}\pi;$$

$$(3) \text{ 点 } E \text{ 到圆心 } D \text{ 的距离为 } 4 < 2\sqrt{5},$$

\therefore 点 E 在 $\odot D$ 内部.

23. (8分) 图 1 是某小型汽车的侧面示意图，其中矩形 $ABCD$ 表示该车的后备箱，在打开后备箱的过程中，箱盖 ADE 可以绕点 A 逆时针方向旋转，当旋转角为 60° 时，箱盖 ADE 落在 $AD'E'$ 的位置（如图 2 所示）. 已知 $AD = 90$ 厘米， $DE = 30$ 厘米， $EC = 40$ 厘米.

(1) 求点 D' 到 BC 的距离；

(2) 求 E 、 E' 两点的距离。

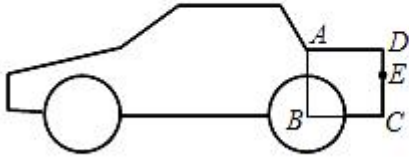


图 1

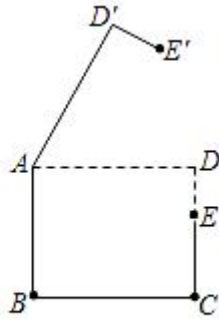


图 2

【解答】解：(1) 过点 D' 作 $D'H \perp BC$ ，垂足为点 H ，交 AD 于点 F ，如图 3 所示。

由题意，得： $AD' = AD = 90$ 厘米， $\angle DAD' = 60^\circ$ 。

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle AFD' = \angle BHD' = 90^\circ$ 。

在 $Rt \triangle AD'F$ 中， $D'F = AD' \cdot \sin \angle DAD' = 90 \times \sin 60^\circ = 45\sqrt{3}$ 厘米。

又 $\because CE = 40$ 厘米， $DE = 30$ 厘米，

$\therefore FH = DC = DE + CE = 70$ 厘米，

$\therefore D'H = D'F + FH = (45\sqrt{3} + 70)$ 厘米。

答：点 D' 到 BC 的距离为 $(45\sqrt{3} + 70)$ 厘米。

(2) 连接 AE ， AE' ， EE' ，如图 4 所示。

由题意，得： $AE' = AE$ ， $\angle EAE' = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle AEE'$ 是等边三角形，

$\therefore EE' = AE$ 。

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle ADE = 90^\circ$ 。

在 $Rt \triangle ADE$ 中， $AD = 90$ 厘米， $DE = 30$ 厘米，

$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = 30\sqrt{10}$ 厘米，

$\therefore EE' = 30\sqrt{10}$ 厘米。

答： E 、 E' 两点的距离是 $30\sqrt{10}$ 厘米.

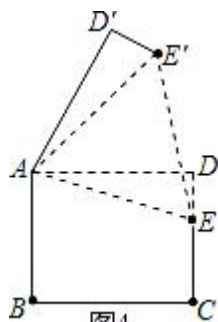


图4

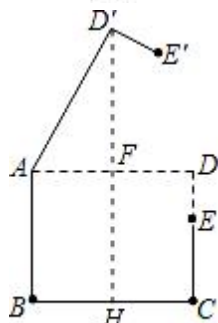
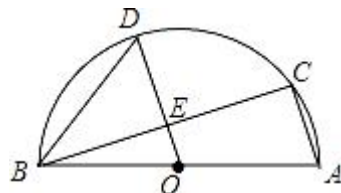


图3

24. (8分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 、 D 是圆上两点, 且 $OD \parallel AC$, OD 与 BC 交于点 E .

(1) 求证: E 为 BC 的中点;

(2) 若 $BC=8$, $DE=3$, 求 AB 的长度.



【解答】 解: (1) $\because AB$ 是半圆 O 的直径,

$$\therefore \angle C = 90^\circ,$$

$$\because OD \parallel AC,$$

$$\therefore \angle OEB = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \perp BC,$$

$$\therefore BE = CE,$$

$\therefore E$ 为 BC 的中点;

(2) 设圆的半径为 x , 则 $OB = OD = x$, $OE = x - 3$,

$$\therefore BE = \frac{1}{2}BC = 4,$$

在 Rt△BOE 中, $OB^2 = BE^2 + OE^2$,

$$\therefore x^2 = 4^2 + (x-3)^2, \text{ 解得 } x = \frac{25}{6},$$

$$\therefore AB = 2x = \frac{25}{3}.$$

25. (8 分) 山西特产专卖店销售核桃, 其进价为每千克 40 元, 按每千克 60 元出售, 平均每天可售出 100 千克, 后来经过市场调查发现, 单价每降低 2 元, 则平均每天的销售可增加 20 千克, 若该专卖店销售这种核桃要想平均每天获利 2240 元, 请回答:

(1) 每千克核桃应降价多少元?

(2) 在平均每天获利不变的情况下, 为尽可能让利于顾客, 赢得市场, 该店应按原售价的几折出售?

【解答】(1) 解: 设每千克核桃应降价 x 元. ...1 分

$$\text{根据题意, 得 } (60 - x - 40)(100 + \frac{x}{2} \times 20) = 2240. \quad \dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{化简, 得 } x^2 - 10x + 24 = 0 \quad \text{解得 } x_1 = 4, \quad x_2 = 6. \quad \dots 6 \text{ 分}$$

答: 每千克核桃应降价 4 元或 6 元. ...7 分

(2) 解: 由 (1) 可知每千克核桃可降价 4 元或 6 元.

因为要尽可能让利于顾客, 所以每千克核桃应降价 6 元.

此时, 售价为: $60 - 6 = 54$ (元),

$$\text{设按原售价的 } m \text{ 折出售, 则有: } 60 \times \frac{m}{10} = 54,$$

解得 $m = 9$

答: 该店应按原售价的九折出售.

26. (10 分) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, A 是 \widehat{BDC} 的中点, $AE \perp AC$ 于 A , 与

$\odot O$ 及 CB 的延长线交于点 F 、 E , 且 $\widehat{BF} = \widehat{AD}$.

(1) 求证: $\triangle ADC \sim \triangle EBA$;

(2) 如果 $AB = 8$, $CD = 5$, 求 $\tan \angle CAD$ 的值.

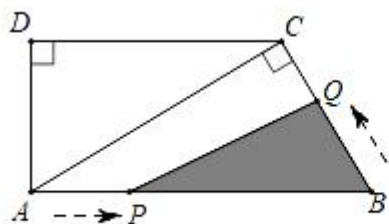


图1

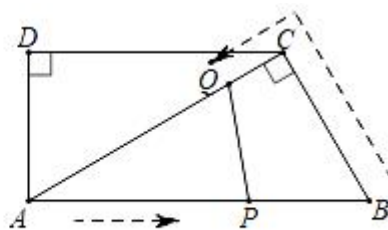


图2

【解答】解：（1） $\because AC \perp BC$ ， $AB = 10\text{cm}$ ， $BC = 6\text{cm}$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{100 - 36} = 8\text{cm}，$$

$$\because DC \parallel AB，$$

$$\therefore \angle DCA = \angle CAB，\text{ 且 } \angle D = \angle ACB = 90^\circ，$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BAC，$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{DC}，$$

$$\therefore \frac{10}{8} = \frac{8}{DC}，$$

$$\therefore DC = 6.4\text{cm}，$$

（2）当点 Q 在 BC 上， $PQ \parallel AC$ 时，

$$\because PQ \parallel AC，$$

$$\therefore \frac{BQ}{BC} = \frac{BP}{AB}，$$

$$\therefore \frac{2t}{6} = \frac{10-t}{10}，$$

$$\therefore t = \frac{30}{13}$$

当点 Q 在 AC 上， $PQ \parallel BC$ 时，

$$\because PQ \parallel AC，$$

$$\therefore \frac{AQ}{AC} = \frac{AP}{AB}，$$

$$\therefore \frac{14-2t}{8} = \frac{t}{10}，$$

$$\therefore t = 5，$$

综上所述，当 $t = 5$ 或 $\frac{30}{13}$ 时， PQ 平行于 $\triangle ABC$ 的一边；

（3）如图 1，点 Q 在边 BC 上运动，此时， $0 < t \leq 3$ ，

过点 Q 作 $QE \perp AB$ 于 E ，

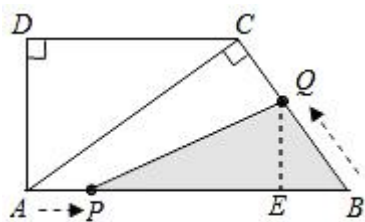


图 1

$$\therefore \sin B = \frac{QE}{QB} = \frac{AC}{AB}, \text{ 即 } \frac{QE}{2t} = \frac{8}{10},$$

$$\text{解得 } QE = \frac{8}{5}t,$$

$$\therefore \triangle PBQ \text{ 的面积} = \frac{1}{2} BP \cdot QE = \frac{1}{2} (10-t) \cdot \frac{8}{5}t = \frac{64}{5},$$

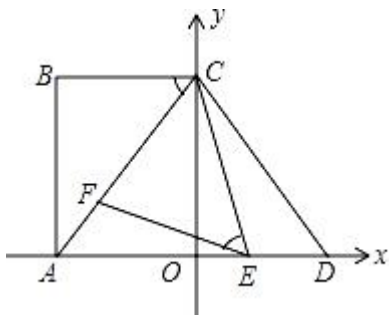
$$\text{整理, 得 } t^2 - 10t + 16 = 0,$$

解这个方程, 得 $t_1 = 2$, $t_2 = 8$ (不合题意, 舍去),

\therefore 当点 Q 在边 BC 上运动, $t = 2s$ 时, $\triangle PBQ$ 的面积为 $\frac{64}{5} \text{ cm}^2$.

28. (10 分) 如图, 平面直角坐标系中, 点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴上, 四边形 $ABCO$ 为矩形, $AB = 16$, 点 D 与点 A 关于 y 轴对称, $BC : AB = 3 : 4$, 点 E 、 F 分别是线段 AD 、 AC 上的动点 (点 E 不与点 A 、 D 重合), 且 $\angle CEF = \angle ACB$.

- (1) 求 AC 的长和点 D 的坐标;
- (2) 证明: $\triangle AEF \sim \triangle DCE$;
- (3) 当 $\triangle EFC$ 为等腰三角形时, 求出点 E 的坐标.



【解答】 解: (1) \because 四边形 $ABCO$ 为矩形, $AB = 16$,

$$\therefore \angle B = 90^\circ,$$

$$\because BC : AB = 3 : 4,$$

$$\therefore BC = 12, \quad AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20,$$

$$\therefore A \text{ 点坐标为 } (-12, 0),$$

\because 点 D 与点 A 关于 y 轴对称,

$$\therefore D(12,0).$$

(2) 点 D 与点 A 关于 y 轴对称, $\therefore \angle CDE = \angle CAO$,

$$\because \angle CEF = \angle ACB, \quad \angle ACB = \angle CAO,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle CEF,$$

又 $\because \angle AEC = \angle AEF + \angle CEF = \angle CDE + \angle DCE$ (三角形外角性质)

$$\therefore \angle AEF = \angle DCE.$$

则在 $\triangle AEF$ 与 $\triangle DCE$ 中, $\angle CDE = \angle CAO$, $\angle AEF = \angle DCE$,

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle DCE.$$

(3) 当 $\triangle EFC$ 为等腰三角形时, 有以下三种情况:

① 当 $CE = EF$ 时,

$$\because \triangle AEF \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DCE$$

$$\therefore AE = CD = 20,$$

$$\therefore OE = AE - OA = 20 - 12 = 8,$$

$$\therefore E(8,0);$$

② 当 $EF = FC$ 时, 如图②所示, 过点 F 作 $FM \perp CE$ 于 M , 则点 M 为 CE 中点,

$$\therefore CE = 2ME = 2EF \cdot \cos \angle CEF = 2EF \cdot \cos \angle ACB = \frac{6}{5}EF.$$

$$\because \triangle AEF \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{EF}{CE} = \frac{AE}{CD}, \quad \text{即: } \frac{EF}{\frac{6}{5}EF} = \frac{AE}{20},$$

$$\text{解得: } AE = \frac{50}{3},$$

$$\therefore OE = AE - OA = \frac{14}{3},$$

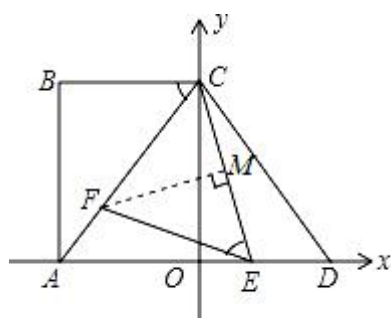
$$\therefore E\left(\frac{14}{3}, 0\right).$$

③ 当 $CE = CF$ 时, 则有 $\angle CFE = \angle CEF$,

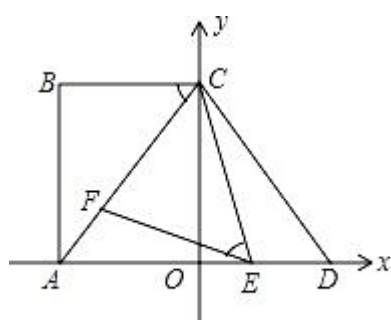
$$\because \angle CEF = \angle ACB = \angle CAO,$$

$\therefore \angle CFE = \angle CAO$ ，即此时 E 点与 D 点重合，这与已知条件矛盾．

综上所述，满足条件的点 E 的坐标为 $(8,0)$ 或 $(\frac{14}{3}, 0)$ ．



图②



图①